

CONTRÔLE CONTINU de MÉCANIQUE

1. **Trajectoires de planètes**

On considère deux planètes M et N qui ont des orbites circulaires uniformes autour de l'étoile O , de rayons respectifs r et ρ , et dans le plan xOy (voir figure (1)). Ils ont des vecteurs rotation respectifs $\vec{\Omega} = \Omega \vec{u}_z = \theta \vec{u}_z$ et $\vec{\omega} = \omega \vec{u}_z = \phi \vec{u}_z$. On définit le repère fixe associé à l'étoile. $\mathcal{R}_O = \{O, \vec{u}_x, \vec{u}_y, \vec{u}_z\}$, et les repères tournants associés à chacune des planètes, $\mathcal{R}_M = \{M, \vec{u}_r, \vec{u}_\theta, \vec{u}_z\}$ et $\mathcal{R}_N = \{N, \vec{u}_\rho, \vec{u}_\phi, \vec{u}_z\}$.

Pour un point P quelconque, on note (x_P, y_P, z_P) ses coordonnées dans le repère \mathcal{R}_M , c'est à dire que

$$\vec{MP} = x_P \vec{u}_r + y_P \vec{u}_\theta + z_P \vec{u}_z. \tag{0.1}$$

1° Donnez les coordonnées de M et N dans le repère fixe \mathcal{R}_O en fonction du temps, c'est à dire $(x_M(t), y_M(t), z_M(t))$ et $(x_N(t), y_N(t), z_N(t))$.

2° Donnez les coordonnées (x'_O, y'_O, z'_O) de O dans le repère \mathcal{R}_M en fonction des paramètres. En déduire le mouvement apparent de O dans \mathcal{R}_M .

3° Donnez les coordonnées (x'_N, y'_N, z'_N) de N dans le repère \mathcal{R}_M en fonction des paramètres. En déduire que le mouvement apparent de N dans \mathcal{R}_M est un cercle dont vous préciserez le centre et le rayon.

Une comète C traverse le système avec un mouvement rectiligne uniforme donné par.

$$\begin{aligned} x(t) &= A \\ y(t) &= 0 \\ z(t) &= Vt. \end{aligned} \tag{0.2}$$

4° Décrivez la trajectoire de C dans \mathcal{R}_M .

Un avion se déplace sur la planète M avec une vitesse relative $V_1 \vec{u}_\theta + V_2 \vec{u}_z$, dans le repère \mathcal{R}_M .

5° Donnez la vitesse absolue de l'avion dans le référentiel \mathcal{R}_O . On peut considérer que la position de l'avion reste proche de M .

2. **Problème de poulies**

Trois masses M_1 , M_2 et M_3 sont suspendues à une poulie selon la configuration suivante: M_1 et M_2 sont reliées entre elles par un fil n°1, et M_1 est reliée à M_3 par un fil n°2 passant

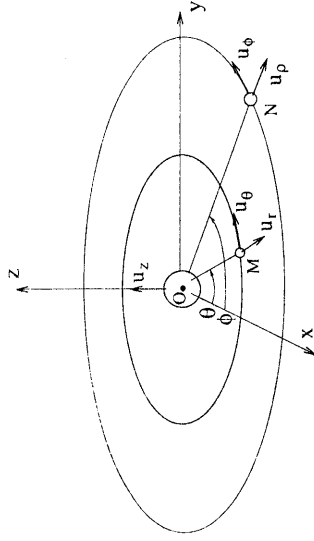


Figure 1: Repères adaptés aux planètes

dans la gorge d'une poulie (voir figure (2)). La poulie et les fils ont une masse nulle, les fils sont inextensibles.

1° Écrivez les équations fondamentales de la dynamique pour les différentes masses, en introduisant les différentes tensions, par exemple on notera $\vec{T}_{1-M2} = T_{1-M2} \vec{u}_y$, la tension exercée par le fil n°1 sur la masse M_2 .

2° Écrivez toutes les relations entre les différentes tensions, ainsi qu'entre les différentes accélérations.

3° Que vaut la tension dans le fil n°1?

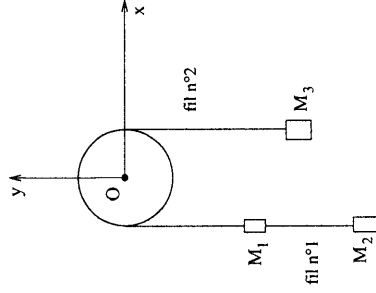


Figure 2: Configuration de masses attachées à la poulie.